

CHRISTIAN HESS & ELENA GRYGOROVA

**CHOMSKY-GRAMMATIK ZUR
ERZEUGUNG VON PERMUTATIONEN**

WIEDERHOLUNG: CHOMSKY-GRAMMATIK

- ▶ Grammatik $G = \{V, \Sigma, P, S\}$
 - ▶ Menge von Nicht-Terminalen $V = \{S, X, Y, \dots\}$ mit $V \cap \Sigma = \emptyset$
 - ▶ Alphabet (Terminale) $\Sigma = \{x, y, \dots\}$
 - ▶ Regelmenge $P = \{S \rightarrow XY, Xx \rightarrow y, \dots\}$
 - ▶ Startsymbol $S \in V$
- ▶ Formale Sprache $L = \Sigma^*$

PROBLEMSTELLUNG

- ▶ Entwickeln Sie eine Chomsky-Grammatik mit der alle 720 Permutationen aus den Buchstaben a, b, c, d, e, f gebildet werden.
- ▶ $\Sigma = \{a, b, c, d, e, f\}$
- ▶ $L(G) = \{abcdef, abcdfe, \dots, fedcba\}$
- ▶ $|P| \leq 30$

0. VERSUCH – OFFENSICHTLICHE LÖSUNG

- ▶ $V = \{S, X\}$
- ▶ $P = \{S \rightarrow X, X \rightarrow abcdef, X \rightarrow abcdfe, \dots X \rightarrow fedcba\}$
- ▶ $|P| = 721 > 30$ ⚡

1. VERSUCH

- ▶ $\Sigma = \{a, b, c, d, e, f\}$
- ▶ $V = \{S, X\}$
- ▶ $P = \{S \rightarrow X, X \rightarrow aX, X \rightarrow bX, \dots, X \rightarrow fX, X \rightarrow \epsilon\}$
- ▶ $|P| = 8 < 30$

- ▶ Beispiel:

$bdacfc = S \rightarrow X \rightarrow bX \rightarrow bdX \rightarrow \dots \rightarrow bdacfcX \rightarrow \underline{bdacfc}$

$aaa = S \rightarrow X \rightarrow aX \rightarrow aaX \rightarrow aaaX \rightarrow \underline{aaa} \downarrow$

2. VERSUCH

- ▶ $\Sigma = \{a, b, c\}$
- ▶ $V = \{A, B, C\}$
- ▶ $L(G) = \{abc, acb, bac, bca, cab, cba\}$
- ▶ $P = \{S \rightarrow ABC,$
 $AB \rightarrow BA, AC \rightarrow CA, BC \rightarrow CB,$
 $A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c\}$

KORREKTHEIT

- ▶ $abc = S \rightarrow ABC \Rightarrow abc$
- ▶ $acb = S \rightarrow ABC \rightarrow ACB \Rightarrow acb$
- ▶ $bac = S \rightarrow ABC \rightarrow BAC \Rightarrow bac$
- ▶ $bca = S \rightarrow ABC \rightarrow BAC \rightarrow BCA \Rightarrow bca$
- ▶ $cab = S \rightarrow ABC \rightarrow ACB \rightarrow CAB \Rightarrow cab$
- ▶ $cba = S \rightarrow ABC \rightarrow ACB \rightarrow CAB \rightarrow CBA \Rightarrow cba$

3. VERSUCH

- ▶ $\Sigma = \{a, b, c, d, e, f\}$
- ▶ $V = \{A, B, C, D, E, F\}$
- ▶ $P = \{S \rightarrow ABCDEF,$
 $AB \rightarrow BA, AC \rightarrow CA, \dots, AF \rightarrow FA,$
 $BA \rightarrow AB, \dots, EF \rightarrow FE,$
 $A \rightarrow a, \dots, F \rightarrow f\}$
- ▶ $|P| = 37 > 30$ ⚡

4. VERSUCH

- ▶ Grammatik $G = \{V, \Sigma, P, S\}$
- ▶ Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d, e, f\}$
- ▶ Nicht-Terminale $V = \{A, B, C, D, E, F\}$
- ▶ Regelmenge $P = \{ AB \rightarrow BA, \quad BA \rightarrow AB, \quad CA \rightarrow AC, \\ AC \rightarrow CA, \quad BC \rightarrow CB, \quad CB \rightarrow BC, \\ AD \rightarrow DA, \quad BD \rightarrow DB, \quad CD \rightarrow DC, \\ AE \rightarrow EA, \quad BE \rightarrow EB, \quad CE \rightarrow EC, \\ AF \rightarrow FA, \quad BF \rightarrow FB, \quad CF \rightarrow FE, \\ DE \rightarrow ED, \quad DF \rightarrow FD, \quad EF \rightarrow FE, \\ S \rightarrow ABCDEF, \quad A \rightarrow a, \dots, \quad F \rightarrow f \quad \} \quad |P| = 25$

BEISPIEL

▶ $cbefad = S \rightarrow ABCDEF \rightarrow$

$ABCEDF \rightarrow \underline{A}BCEDF \rightarrow$

$\underline{B}ACEFD \rightarrow BC\underline{A}EFD \rightarrow \dots \rightarrow \underline{B}CEF\underline{A}D \rightarrow$

$\underline{C}BEFAD \rightarrow CBEF\underline{A}d \rightarrow \dots \rightarrow \underline{cbefad} \checkmark$

RECHENOPERATIONEN

- ▶ $S \rightarrow ABCDEF = 1$ Operation
- ▶ $\underline{ABCDEF} \rightarrow \underline{BCFED}$ = max. 4 Operationen nötig
- ▶ $\underline{ABCDEF} \rightarrow \underline{BCFEDA}$ = max 5 Operationen nötig
- ▶ $ABCDEF \rightarrow abcdef = 6$ Operationen

- ▶ $S \rightarrow fedcba = \max 1+4+5+4+3+6 = 23$ Operationen
- ▶ $S \rightarrow abcdef = \min 1+6 = 7$ Operationen

KORREKTHEIT

- ▶ Neben Regel $S \rightarrow ABCDEF$ existieren keine „Wort-aufbauenden“ Regeln \rightarrow es können keine zu kurzen/langen Wörter erzeugt werden
- ▶ Nur Tauschregeln \rightarrow es kann jede beliebige Permutation der Nicht-Terminale erzeugt werden
- ▶ Jedes Nicht-Terminal steht für genau ein Terminal \rightarrow es können keine doppelten Terminale erzeugt werden

VIELEN DANK FÜR DIE AUFMERKSAMKEIT!